BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Dalam teori dasar Kalkulus dikenal beberapa teori mengenai integral, antara lain integral Newton, integral Riemann, dan integral Lebesgue.

Pada peralihan abad ke-19 para Matematikawan berpendapat bahwa sifat fungsi-fungsi kontinu dan teori integral Riemann tidak cukup untuk dapat menyelesaikan permasalahan-permasalahan analisis. Kemudian sekitar awal abad ke-20 diperkenalkan suatu teori ukuran yang mendasari konsep integral Lebesgue. Integral Lebesgue sendiri tepatnya diperkenalkan pada tahun 1902. Sepuluh tahun kemudian matematikawan Perancis, A.Denjoy, menyajikan pengitlakan teori integral Lebesgue yang dikenal dengan teori integral Denjoy Khusus. Pada tahun 1960 Ralph Henstock memperkenalkan suatu definisi integral yang diberi nama integral Henstock.

Pada penulisan tugas akhir ini akan dibahas mengenai teori integral yang berkaitan dengan derivatif kuat yaitu integral-Z. Teori ini diperkenalkan oleh Lu Shipan pada awal abad ke-21.

1.2. Perumusan Masalah

Suatu fungsi $F:[a,b]\to R$ dikatakan terderivatif kuat di $x_0\in[a,b]$ dinotasikan $F^s(x_0)$, jika untuk setiap $\varepsilon>0$ terdapat $\delta>0$ sedemikian sehingga untuk setiap $[u,v]\subset(x_0-\delta,x_0+\delta)$ berlaku

$$\left|\frac{F(v)-F(u)}{v-u}-F^s(x_0)\right|<\varepsilon$$

Bilangan $F^s(x_0)$ disebut nilai derivatif kuat F di x_0. Karena $[u,v]$ sebarang maka tidak selalu memuat x_0. Jika x_0 termuat dalam $[u,v]$ maka definisi ini kembali pada definisi derivatif yang biasa kita kenal yaitu untuk setiap $\varepsilon>0$ terdapat $\delta>0$ sedemikian sehingga untuk $x\in[a,b]$ dan $0<|x-x_0|<\delta$ berlaku

$$\left|\frac{F(x)-F(x_0)}{x-x_0}-F'(x_0)\right|<\varepsilon$$

Suatu fungsi $F:[a,b]\to R$ yang terderivatif kuat pada $[a,b]$ pasti terderivatif pada $[a,b]$ dan $F^s(x_0)=F'(x_0)$, tetapi tidak berlaku sebaliknya.

Keberadaan derivatif kuat ini memunculkan suatu konsep integral yang dinamakan integral-Z. Integral ini kedudukannya lebih khusus dari integral Riemann karena suatu fungsi yang terintegral–Z sudah pasti terintegral Riemann dan tidak berlaku sebaliknya. Suatu fungsi $f:[a,b]\to R$ dikatakan terintegral-Z jika terdapat fungsi $F:[a,b]\to R$ sedemikian sehingga $F^s(x)=f(x)$ untuk setiap $x\in[a,b]$. Fungsi $F(x)$ kontinu pada $[a,b]$ dan disebut sebagai antiderivatif dari $f(x)$ dengan $F(x)=\int_a^x f(t)dt$.

1.3. Tujuan Penulisan

Adapun tujuan dalam penulisan tugas akhir ini adalah:

1. mengetahui sifat-sifat yang dimiliki oleh integral-Z
2. mengetahui keterkaitan antara integral Riemann dengan integral-Z.
3. membahas syarat perlu dan syarat cukup agar suatu fungsi terintegral-Z.
4. membahas teorema kekonvergenan barisan fungsi terintegral-Z.

4.1. Sistematika Penulisan

Adapun sistematika dalam tugas akhir ini yaitu bab I pendahuluan terdiri atas latar belakang, perumusan masalah, tujuan dan sistematika penulisan, bab II dasar teori meliputi notasi dan pengertian dasar, kekonvergenan barisan fungsi, fungsi kontinu, derivatif, dan integral Riemann. Untuk bab III membahas inti dari tugas akhir ini yaitu derivatif kuat, sifat dasar integral-Z, syarat cukup dan syarat perlu, serta teorema kekonvergenan. Sebagai penutup diberikan kesimpulan pada bab IV.